Perturbations thermiques du système balancier - spiral

Balancier différentiel à déformation élastique

Référence :D:\Résonateur (TE)\Data\Masse_vol - Coef_th - Mod_E.mcd(R)

Balancier: serge en laiton et bras en invar

$f := 2.5\cdot Hz \qquad T_0 := \frac{1}{f} \qquad T_0 = 0.4\,s \qquad \omega_0 := 2\cdot\pi\cdot f \qquad \Theta := 50$

$R_0 := 8.16\cdot mm \qquad e_{bs} := 0.6\cdot mm \qquad e_1 := \frac{e_{bs}}{2} \qquad h_{bs} := 1.38\cdot mm \qquad \rho_b := 8.7\cdot 10^3\cdot kg\cdot m^{-3}$

$M_{serge} := \pi\cdot\rho_b\cdot h_{bs}\cdot\left[\left(R_0+e_1\right)^2-\left(R_0-e_1\right)^2\right] \qquad M_{serge} = 369.3\,mg$

$J_{serge} := \frac{1}{2}\cdot M_{serge}\cdot\left[\left(R_0+e_1\right)^2+\left(R_0-e_1\right)^2\right] \qquad J_{serge} = 246.3\,mg\cdot cm^2$

Vis: $\quad n_{vis} := 18 \qquad d_{vis} := 1.2\cdot mm \qquad h_{vis} := 1\cdot mm \qquad R_v := R_0 + e_1 + \frac{h_{vis}}{2}$

$m_{vis} := \rho_b\cdot\pi\cdot\left(\frac{d_{vis}}{2}\right)^2\cdot h_{vis} \qquad m_{vis} = 9.839\,mg \qquad J_{vis} := m_{vis}\cdot R_v^2 \qquad J_{vis} = 7.899\,mg\cdot cm^2$

$M_b := M_{serge} + n_{vis}\cdot m_{vis} \qquad M_b = 546.445\,mg$

$J_b := J_{serge} + n_{vis}\cdot J_{vis} \qquad J_b = 388.443\,mg\cdot cm^2$

Coefficients de dilatation

laiton $\quad \alpha_R := \alpha_{laiton} \qquad \alpha_R = 1.85\times 10^{-5}$

invar $\quad \alpha' := \alpha_{invar} \qquad \alpha' = 1\times 10^{-6}$

Forme initiale de la serge

$x_0(\phi) := R_0\cdot cos(\phi) \qquad y_0(\phi) := R_0\cdot sin(\phi)$

Déformation élastique de la serge

$E := E_{laiton} \qquad I_{bs} := \frac{e_{bs}^3\cdot h_{bs}}{12} \qquad Epsilon(\Theta) := -R_0\cdot\left(\alpha_R - \alpha'\right)\cdot\Theta$

$R_x(\Theta) := -Epsilon(\Theta)\cdot\frac{4\cdot\pi}{\pi^2-8}\cdot\frac{E\cdot I_{bs}}{R_0^3} \qquad R_y(\Theta) := 0\cdot N \qquad \gamma(\Theta) := Epsilon(\Theta)\cdot\frac{8}{\pi^2-8}\cdot\frac{E\cdot I_{bs}}{R_0^3}$

$$u(\Theta,\phi) := \frac{-2\cdot\pi\cdot Epsilon(\Theta)}{\pi^2-8}\cdot\left[\frac{4}{\pi}\cdot(\phi\cdot sin(\phi)+cos(\phi)-1)+\phi+sin(\phi)\cdot cos(\phi)-2\cdot sin(\phi)\right]$$

$$v(\Theta,\phi) := \frac{-2\cdot\pi\cdot Epsilon(\Theta)}{\pi^2-8}\cdot\left[\frac{4}{\pi}\cdot(sin(\phi)-\phi\cdot cos(\phi))-2+2\cdot cos(\phi)+sin(\phi)^2\right]$$

$$\theta_3(\Theta,\phi) := \frac{R_0^2}{E\cdot I_{bs}}\cdot\left[\gamma(\Theta)\cdot\phi + R_x(\Theta)\cdot(1-cos(\phi))\right]$$

Valeurs numériques de contrôle $\qquad \phi_m := 60\cdot deg$

$u(\Theta,\pi) = 0.014\,mm \qquad u\left(\Theta,\phi_m\right) = 6.389\times 10^{-3}\,mm$

$v(\Theta,\pi) = 0\,m \qquad v\left(\Theta,\phi_m\right) = 4.463\times 10^{-3}\,mm \qquad \theta_3(\Theta,\pi) = 0\,deg \qquad \theta_3\left(\Theta,\phi_m\right) = -0.056\,deg$

Variation thermique du moment d'inertie du balancier

Variation du moment d'inertie due à la déformation élastique de la serge

$M_{bs} := M_{serge} \qquad \phi_m := 60 \cdot deg \qquad d\phi := 1 \cdot deg$

$\Delta R(\Theta,\phi) := \sqrt{\left(x_0(\phi) + u(\Theta,\phi) + Epsilon(\Theta)\right)^2 + \left(y_0(\phi) + v(\Theta,\phi)\right)^2} - R_0 \qquad \Delta R(\Theta,\phi_m) = 3.49 \times 10^{-3}\,mm$

$\Delta R(\Theta,\phi) := \left(u(\Theta,\phi) + Epsilon(\Theta)\right)\cdot\cos(\phi) + v(\Theta,\phi)\cdot\sin(\phi) \qquad \Delta R(\Theta,\phi_m) = 3.489 \times 10^{-3}\,mm$

$\Delta R(\Theta,\phi) := Epsilon(\Theta)\cdot\cos(\phi) + \frac{-2\cdot\pi\cdot Epsilon(\Theta)}{\pi^2 - 8}\cdot\left[\frac{4}{\pi}\cdot(1-\cos(\phi)) + \phi\cdot\cos(\phi \qquad \Delta R(\Theta,\phi_m) = 3.489 \times 10^{-3}\,mm$

$dJ_{bs}(\Theta,\phi) := \frac{1}{\pi}\cdot M_{bs}\cdot\left[\left(x_0(\phi) + u(\Theta,\phi) + Epsilon(\Theta)\right)^2 + \left(y_0(\phi) + v(\Theta,\phi)\right)^2 \qquad dJ_{bs}(\Theta,\phi_m) = 1.367\,mg\cdot cm^2$

Calcul par intégration numérique

$$\int_0^{\pi} \frac{1}{\pi}\cdot M_{bs}\cdot\left[\left(x_0(\phi) + u(\Theta,\phi) + Epsilon(\Theta)\right)^2 + \left(y_0(\phi) + v(\Theta,\phi)\right)^2 - R_0^{\,2}\right] d\phi = 0.011\,mg\cdot mm^2$$

Au second ordre près

$\Delta dJ_{bs}(\Theta,\phi) := \frac{2}{\pi}\cdot M_{bs}\cdot R_0\cdot\left[\left(u(\Theta,\phi) + Epsilon(\Theta)\right)\cdot\cos(\phi) + v(\Theta,\phi)\cdot\sin(\phi)\right]\cdot \text{c} \qquad \int_0^{\pi} \Delta dJ_{bs}(\Theta,\phi)\, d\phi = 0\,mg\cdot mm^2$

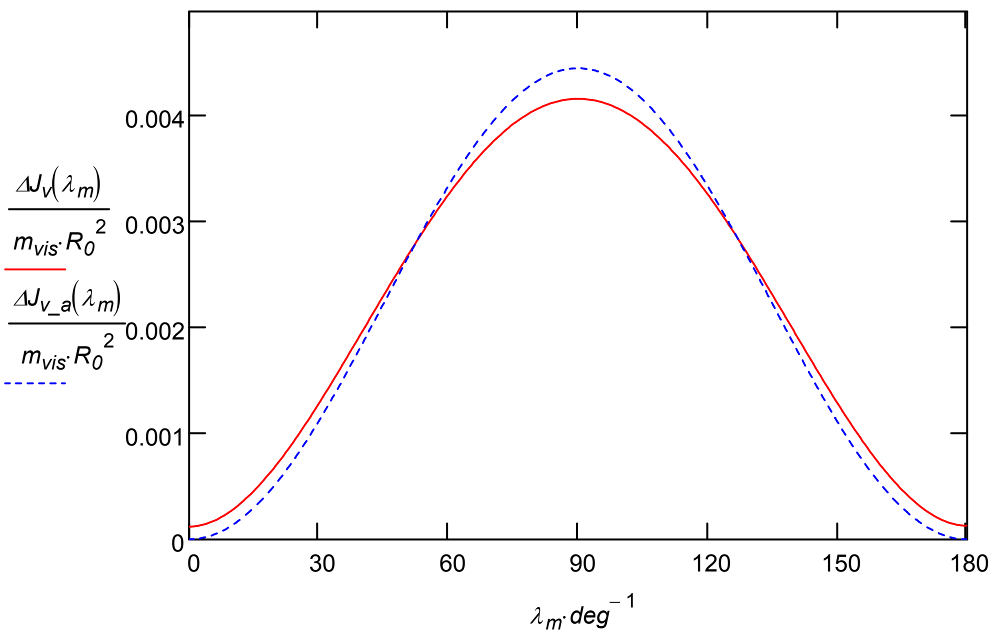
Variation thermique du moment d'inertie de la serge

$\Delta J_{serge} := 2\cdot M_{serge}\cdot R_0^{\,2}\cdot\alpha_R\cdot\Theta \qquad \Delta J_{serge} = 0.455\,mg\cdot cm^2 \qquad \Delta J_{serge} = 1.266\,\alpha_R\cdot J_b\cdot\Theta$

Variation du moment d'inertie d'une vis en λ_m

$\Delta J_v(\lambda_m) := 2\cdot m_{vis}\cdot R_v^{\,2}\cdot\Theta\cdot\left[\alpha_R + (\alpha_R - \alpha')\cdot\left[-\cos(\lambda_m) + 4.28\cdot(1-\cos(\lambda_m)) + 3.36\cdot(\lambda_m\cdot\cos(\lambda_m) - \sin(\lambda_m))\right]\right]$

Approximation $\qquad \Delta J_{v\_a}(\lambda_m) := 4\cdot m_{vis}\cdot R_v^{\,2}\cdot\Theta\cdot\alpha_R\cdot\sin(\lambda_m)^2 \qquad \lambda_m := 0, .01 .. \pi$



Pouvoir compensateur

Pouvoir compensateur maximum

Vis réparties autour de λ = 90°

$i := 0..4 \qquad \Delta\lambda := 12 \cdot deg \qquad \lambda_i := 90 \cdot deg - i \cdot 12 \cdot deg \qquad \lambda^T = (90 \;\; 78 \;\; 66 \;\; 54 \;\; 42)\, deg$

$$\Delta J_{vis} := 2 \cdot \left(2 \cdot \sum_{i=1}^{4} \Delta J_v(\lambda_i) + \Delta J_v(\lambda_0) \right) \qquad \Delta J_{vis} = 1.071\, \alpha_R \cdot J_b \cdot \Theta$$

$$\Delta J_{vis\_a} := 8 \cdot \alpha_R \cdot \Theta \cdot m_{vis} \cdot R_v^2 \cdot \left[\sum_{i=1}^{4} \left(2 \cdot sin(\lambda_i)^2 \right) + sin(\lambda_0)^2 \right] \qquad \Delta J_{vis\_a} = 1.104\, \alpha_R \cdot J_b \cdot \Theta$$

$$\Delta J_b := \Delta J_{serge} + \Delta J_{vis} \qquad \mu_{max} := -86400 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta J_b}{J_b} \qquad \mu_{max} = -1.868\, \Theta$$

$$\Delta J_{b\_a} := \Delta J_{serge} + \Delta J_{vis\_a} \qquad \mu_{max\_a} := -86400 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta J_{b\_a}}{J_b} \qquad \mu_{max\_a} = -1.894\, \Theta$$

Pouvoir compensateur minimum

Vis réparties autour de λ = 0°

$i := 0..4 \qquad \Delta\lambda := 12 \cdot deg \qquad \lambda_i := i \cdot 12 \cdot deg \qquad \lambda^T = (0 \;\; 12 \;\; 24 \;\; 36 \;\; 48)\, deg$

$$\Delta J_{vis} := 2 \cdot \left(2 \cdot \sum_{i=1}^{4} \Delta J_v(\lambda_i) + \Delta J_v(\lambda_0) \right) \qquad \Delta J_{vis} = 0.402\, \alpha_R \cdot J_b \cdot \Theta$$

$$\Delta J_{vis\_a} := 8 \cdot \alpha_R \cdot \Theta \cdot m_{vis} \cdot R_v^2 \cdot \left[\sum_{i=1}^{4} \left(2 \cdot sin(\lambda_i)^2 \right) + sin(\lambda_0)^2 \right] \qquad \Delta J_{vis\_a} = 0.36\, \alpha_R \cdot J_b \cdot \Theta$$

$$\Delta J_b := \Delta J_{serge} + \Delta J_{vis} \qquad \mu_{min} := -86400 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta J_b}{J_b} \qquad \mu_{min} = -1.333\, \Theta$$

$$\Delta J_{b\_a} := \Delta J_{serge} + \Delta J_{vis\_a} \qquad \mu_{min\_a} := -86400 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta J_{b\_a}}{J_b} \qquad \mu_{min\_a} = -1.3\, \Theta$$

Latitude de réglage

$\mu_{max} - \mu_{min} = -0.535\, \Theta \qquad \mu_{max\_a} - \mu_{min\_a} = -0.595\, \Theta$

Graphes des déformations

Référence :D:\Résonateur (TE)\Data\Définition Atan.mcd(R)

Forme initiale de la serge et du bras

$$n := 400 \qquad i := 1..n \qquad \psi := \pi \qquad \phi_i := \frac{\psi}{n} \cdot i \qquad j := 2..n-2 \qquad R_{b_j} := -R_0 + \frac{2 \cdot R_0}{n} \cdot j$$

$$x_0(\phi) := R_0 \cdot cos(\phi) \qquad y_0(\phi) := R_0 \cdot sin(\phi) \qquad r_0(\phi) := \sqrt{x_0(\phi)^2 + y_0(\phi)^2}$$

Déformation thermique de la serge libre

$\Theta := 50$ **Facteur d'agrandissement graphique des déformations** $Ag := 100$ $\Theta_1 := Ag \cdot \Theta$

$\Delta R(\Theta) := R_0 \cdot \alpha_R \cdot \Theta$ $R(\Theta) := R_0 + \Delta R(\Theta)$

$x_{th}(\Theta, \phi) := R(\Theta) \cdot cos(\phi)$ $y_{th}(\Theta, \phi) := R(\Theta) \cdot sin(\phi)$ $r_{th}(\Theta, \phi) := \sqrt{x_{th}(\Theta, \phi)^2 + y_{th}(\Theta, \phi)^2}$

$\beta_i := Atan\left(x_{th}(\Theta, \phi_i), y_{th}(\Theta, \phi_i)\right)$

Déformations thermique et élastique de la serge reliée au bras

$x_d(\Theta, \phi) := x_{th}(\Theta, \phi) + Epsilon(\Theta) + u($ $y_d(\Theta, \phi) := y_{th}(\Theta, \phi) + v(\Theta, \phi)$ $r_d(\Theta, \phi) := \sqrt{x_d(\Theta, \phi)^2 + y_d(\Theta, \phi)^2}$

$\beta_{d_i} := Atan\left(x_d(\Theta, \phi_i), y_d(\Theta, \phi_i)\right)$